

Fourier, de la chaleur aux ondes gravitationnelles

Patrick Flandrin
CNRS & *École normale supérieure de Lyon*

au commencement était Fourier

Joseph Fourier (1768-1830)



“De la Révolution française à la révolution numérique”

Un citoyen engagé

- ▶ campagne d'Égypte de Bonaparte (1798-1801)
- ▶ préfet de l'Isère (1802-1815)

Un savant reconnu

- ▶ théorie de la chaleur (1811-1822)
- ▶ membre de l'Académie des sciences (1817)

Un visionnaire

- ▶ “père de la physique mathématique”
- ▶ héritage universel dans la science et la technologie

De la chaleur...

Commissionnaires
Messieurs
Le Comte de Prangey
Le Comte de Laplace
M. de La Harpe
M. de La Harpe
M. de La Harpe
M. de La Harpe
7 octobre 1811

N^o 2

Paris le 28 Septembre 1811.

Théorie du mouvement de la Chaleur dans
les corps solides.

M^{rs} Leprux et de Lamoignon à M.
Le Baron Fourier (Prop)
Prêtre du département de l'Ain à Grenoble.
M. de Lamoignon le 6 Janvier 1812.



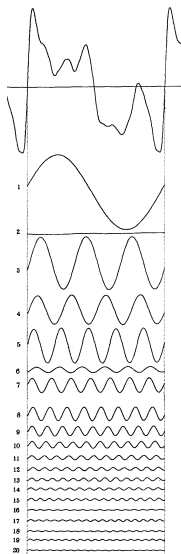
... Et signés respectivement.
(Ses)

... à l'analyse harmonique

Le résultat fondamental

“Toute” forme d’onde peut se représenter comme une superposition d’oscillations harmoniques

Si l'on applique ces principes à la question du mouvement des cordes vibrantes, on résoudra les difficultés qu'avait d'abord présentées l'analyse de Daniel Bernoulli. La solution donnée par ce géomètre suppose qu'une fonction quelconque peut toujours être développée en séries de sinus ou de cosinus d'arcs multiples. Or de toutes les preuves de cette proposition la plus complète est celle qui consiste à résoudre en effet une fonction donnée en une telle série dont on détermine les coefficients.



[Miller, 1916]

Une vision et un programme

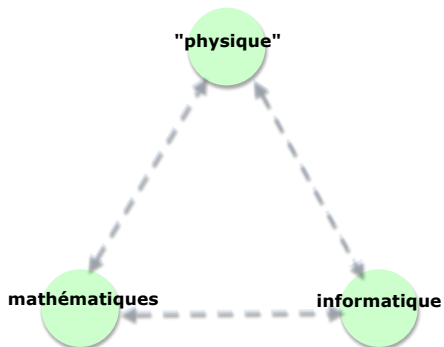
Deux citations

L'étude approfondie de la nature est la source la plus féconde des découvertes mathématiques. Non-

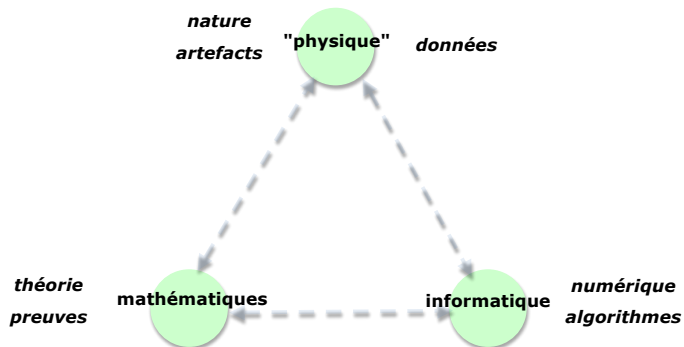
les conditions données. Cette recherche difficile exigeait une analyse spéciale, fondée sur des théorèmes nouveaux dont nous ne pourrions ici faire connaître l'objet. La méthode qui en dérive ne laisse rien de vague et d'indéterminé dans les solutions; elle les conduit jusqu'aux dernières applications numériques, condition nécessaire de toute recherche, et sans laquelle on n'arriverait qu'à des transformations inutiles.

[J. Fourier, *Théorie analytique de la chaleur*, 1822]

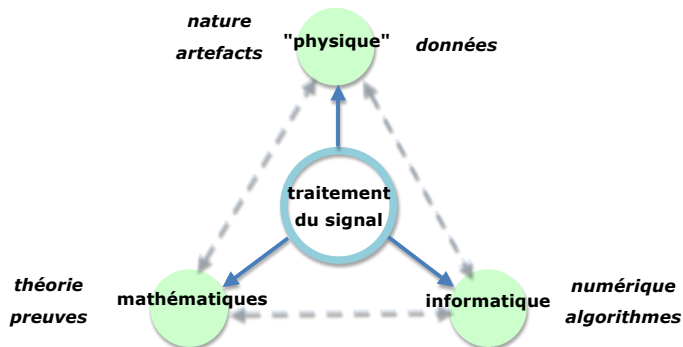
Fourier et la science moderne



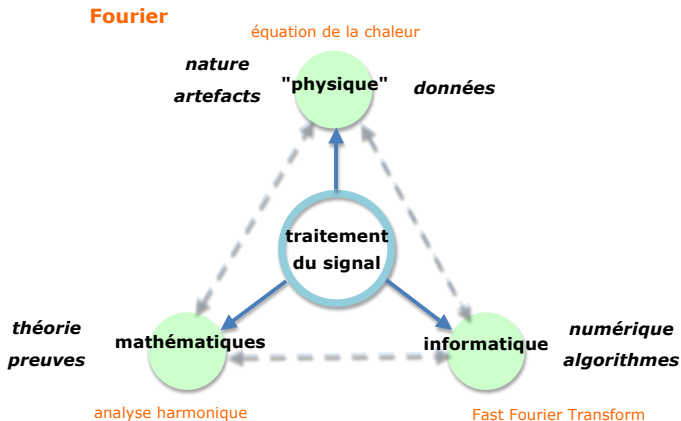
Fourier et la science moderne



Fourier et la science moderne



Fourier et la science moderne



Fourier or not Fourier ?

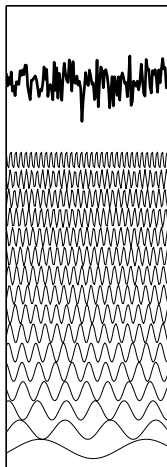
Mode de Fourier



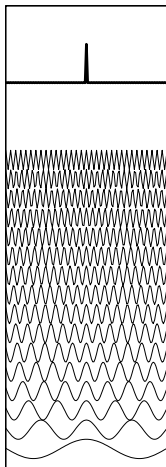
3 paramètres pour décrire une oscillation harmonique

1. amplitude constante \Rightarrow oscillation **éternelle**
2. fréquence fixe \Rightarrow onde **monochromatique**
3. phase libre \Rightarrow **référence** d'origine des temps

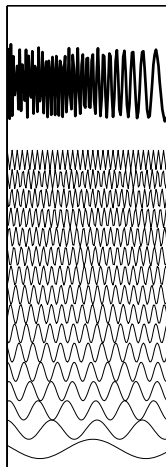
Bruit, impulsion, “chirp”...



time



time



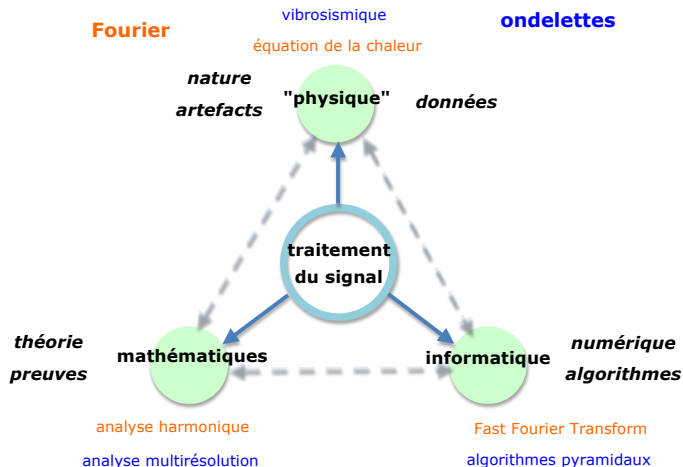
time

Physique vs. mathématique

L. de Broglie (1966)

*“La considération exclusive des ondes monochromatiques conduit à une [...] conception qui me paraît erronée. Si l’on considère une grandeur qui peut être représentée, à la manière de Fourier, par une superposition de composantes monochromatiques, **c’est la superposition qui a un sens physique** et non les composantes de Fourier considérées isolément.”*

Au-delà de Fourier



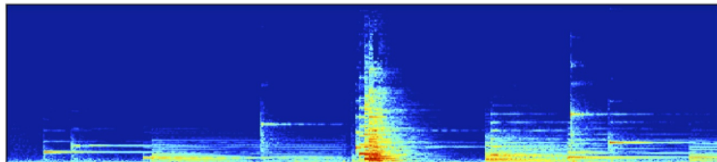
“Voir” les sons (analyse temps-fréquence)

Lent $\text{♩} = 58$

8. mf ff mf

ped. ff mf

The musical score shows a piano piece in a major key with a tempo of 58 beats per minute. It features a right-hand melody with a trill and a left-hand accompaniment. Dynamic markings include *ped.*, *mf*, and *ff*. A fermata is placed over the eighth measure.

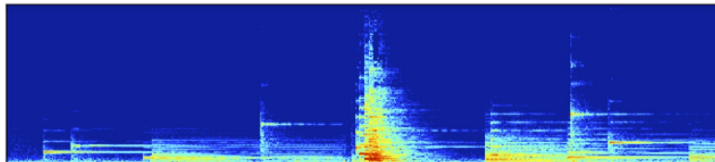


→ temps

“Voir” les sons (analyse temps-fréquence)

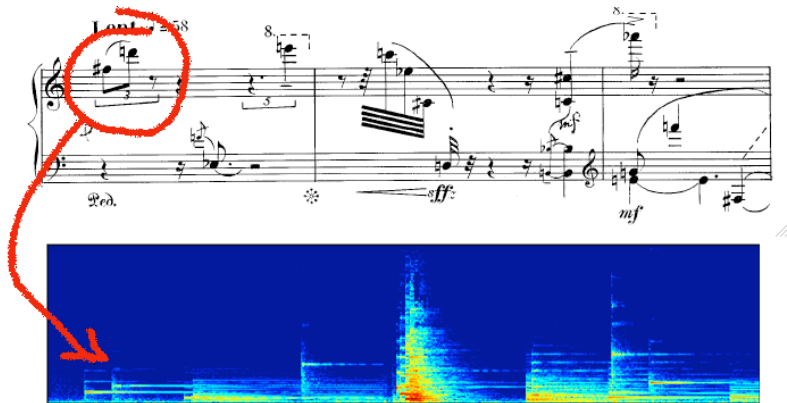
Musical score for piano, marked **Lent** with a tempo of $\text{♩} = 58$. The score includes dynamic markings such as *ped.*, *ff*, and *mf*. It features various musical notations including slurs, accents, and a fermata. The piece is in a key with one sharp (F#) and a 2/4 time signature.

fréquence

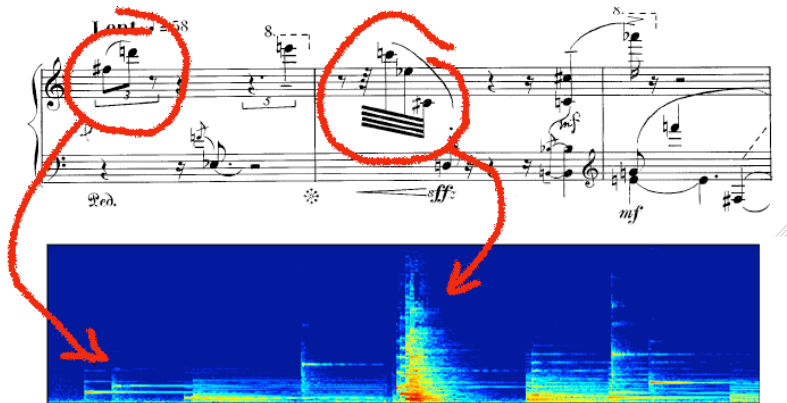


temps

“Voir” les sons (analyse temps-fréquence)



“Voir” les sons (analyse temps-fréquence)



l'exemple des ondes gravitationnelles

Une prédiction d'Einstein. . . et un défi expérimental

Relativité générale

- ▶ un objet massif **modifie la structure locale** de l'espace-temps
- ▶ des masses en mouvement créent des **vibrations de l'espace-temps** se propageant à la vitesse de la lumière

Ondes gravitationnelles

- ▶ amplitude en $1/c^4$!
- ▶ **événements astrophysiques extrêmes** seuls candidats pour un espoir de détection directe sur Terre

Détection directe sur Terre

Sources a priori les plus favorables

- ▶ coalescence de **système binaire** massif (qqs dizaines de masses solaires) : étoiles à neutrons, trous noirs
- ▶ existence de **modèles théoriques** (T. Damour)

Observation

- ▶ **interféromètres géants** (bras de ~ 4 km)
- ▶ sensibilité de $\sim 10^{-21}$, événements observables sur **quelques fractions de seconde**



LIGO, Hanford (WA)



LIGO, Livingston (LA)



Virgo, Cascina (Italie)

Principe de la détection interférométrique



(crédit : <https://www.black-holes.org/>)

“Danser avec les étoiles”



(crédit : <https://www.black-holes.org/>)



Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger

B. P. Abbott *et al.**

(LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration)

(Received 21 January 2016; published 11 February 2016)

On September 14, 2015 at 09:50:45 UTC the two detectors of the Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory simultaneously observed a transient gravitational-wave signal. The signal sweeps upwards in frequency from 35 to 250 Hz with a peak gravitational-wave strain of 1.0×10^{-21} . It matches the waveform predicted by general relativity for the inspiral and merger of a pair of black holes and the ringdown of the resulting single black hole. The signal was observed with a matched-filter signal-to-noise ratio of 24 and a false alarm rate estimated to be less than 1 event per 203 000 years, equivalent to a significance greater than 5.1σ . The source lies at a luminosity distance of 410^{+160}_{-180} Mpc corresponding to a redshift $z = 0.09^{+0.03}_{-0.04}$. In the source frame, the initial black hole masses are $36^{+5}_{-4}M_{\odot}$ and $29^{+4}_{-4}M_{\odot}$, and the final black hole mass is $62^{+4}_{-4}M_{\odot}$, with $3.0^{+0.5}_{-0.5}M_{\odot}c^2$ radiated in gravitational waves. All uncertainties define 90% credible intervals. These observations demonstrate the existence of binary stellar-mass black hole systems. This is the first direct detection of gravitational waves and the first observation of a binary black hole merger.



Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger

B. P. Abbott *et al.**

(LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration)

(Received 21 January 2016; published 11 February 2016)

On September 14, 2015 at 09:50:45 UTC the two detectors of the Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory simultaneously observed a transient gravitational-wave signal. The signal sweeps upwards in frequency from 35 to 250 Hz with a peak gravitational-wave strain of 1.0×10^{-21} . It matches the waveform predicted by general relativity for the inspiral and merger of a pair of black holes and the ringdown of the resulting single black hole. The signal was observed with a matched-filter signal-to-noise ratio of 24 and a false alarm rate estimated to be less than 1 event per 203 000 years, equivalent to a significance greater than 5.1σ . The source lies at a luminosity distance of 410_{-180}^{+160} Mpc corresponding to a redshift $z = 0.09_{-0.04}^{+0.03}$. In the source frame, the initial black hole masses are $36_{-4}^{+5} M_{\odot}$ and $29_{-4}^{+4} M_{\odot}$, and the final black hole mass is $62_{-4}^{+4} M_{\odot}$, with $3.0_{-0.5}^{+0.5} M_{\odot} c^2$ radiated in gravitational waves. All uncertainties define 90% credible intervals. These observations demonstrate the existence of binary stellar-mass black hole systems. This is the first direct detection of gravitational waves and the first observation of a binary black hole merger.



Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger

B. P. Abbott *et al.**

(LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration)

(Received 21 January 2016; published 11 February 2016)

On September 14, 2015 at 09:50:45 UTC the two detectors of the Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory simultaneously observed a transient gravitational-wave signal. The signal sweeps upwards in frequency from 35 to 250 Hz with a peak gravitational-wave strain of 1.0×10^{-21} . It matches the waveform predicted by general relativity for the inspiral and merger of a pair of black holes and the ringdown of the resulting single black hole. The signal was observed with a matched-filter signal-to-noise ratio of 24 and a false alarm rate estimated to be less than 1 event per 203 000 years, equivalent to a significance greater than 5.1σ . The source lies at a luminosity distance of 410_{-180}^{+160} Mpc corresponding to a redshift $z = 0.09_{-0.04}^{+0.03}$. In the source frame, the initial black hole masses are $36_{-4}^{+5} M_{\odot}$ and $29_{-4}^{+4} M_{\odot}$, and the final black hole mass is $62_{-4}^{+4} M_{\odot}$, with $3.0_{-0.5}^{+0.5} M_{\odot} c^2$ radiated in gravitational waves. All uncertainties define 90% credible intervals. These observations demonstrate the existence of binary stellar-mass black hole systems. This is the first direct detection of gravitational waves and the first observation of a binary black hole merger.



Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger

B. P. Abbott *et al.**

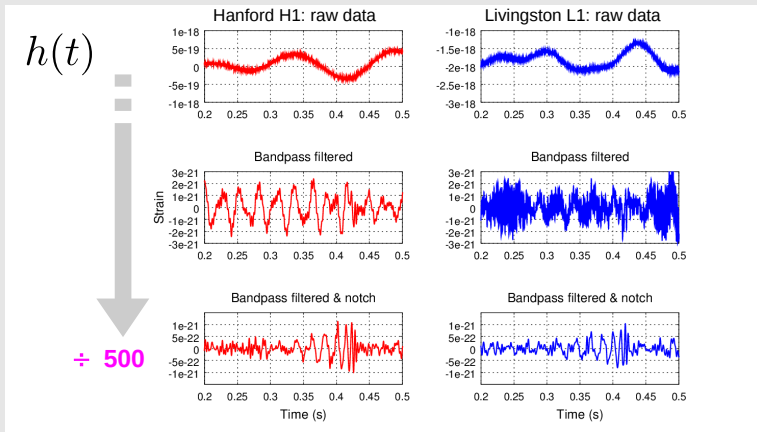
(LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration)
(Received 21 January 2016; published 11 February 2016)

1006 auteurs !

On September 14, 2015 at 09:50:45 UTC the two detectors of the Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory simultaneously observed a transient gravitational-wave signal. The signal sweeps upwards in frequency from 35 to 250 Hz with a peak gravitational-wave strain of 1.0×10^{-21} . It matches the waveform predicted by general relativity for the inspiral and merger of a pair of black holes and the ringdown of the resulting single black hole. The signal was observed with a matched-filter signal-to-noise ratio of 24 and a false alarm rate estimated to be less than 1 event per 203 000 years, equivalent to a significance greater than 5.1σ . The source lies at a luminosity distance of 410_{-180}^{+160} Mpc corresponding to a redshift $z = 0.09_{-0.04}^{+0.03}$. In the source frame, the initial black hole masses are $36_{-4}^{+5} M_{\odot}$ and $29_{-4}^{+4} M_{\odot}$, and the final black hole mass is $62_{-4}^{+4} M_{\odot}$, with $3.0_{-0.5}^{+0.5} M_{\odot} c^2$ radiated in gravitational waves. All uncertainties define 90% credible intervals. These observations demonstrate the existence of binary stellar-mass black hole systems. This is the first direct detection of gravitational waves and the first observation of a binary black hole merger.

Pré-traitements

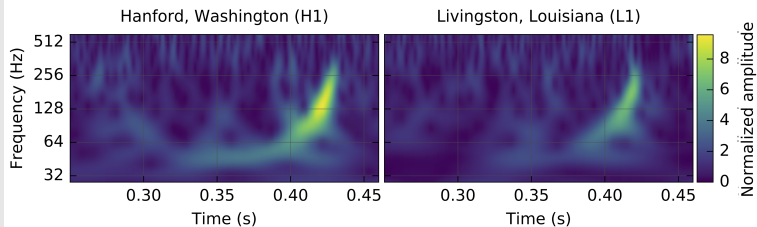
Blanchiment + réjection de raies spectrales



(crédit : É. Chassande-Mottin, APC, Paris et Virgo)

Voir et écouter GW150914

Signatures temps-fréquence



Signal enregistré à Hanford (WA)



bande originale



transposé de 400 Hz

Détecter GW150914

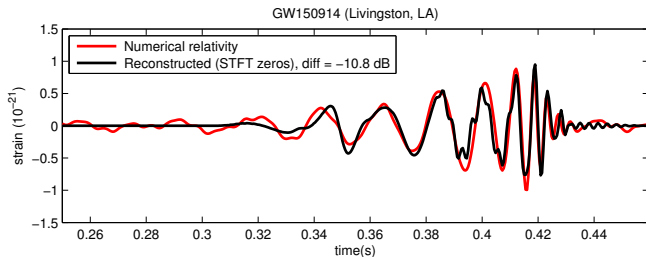
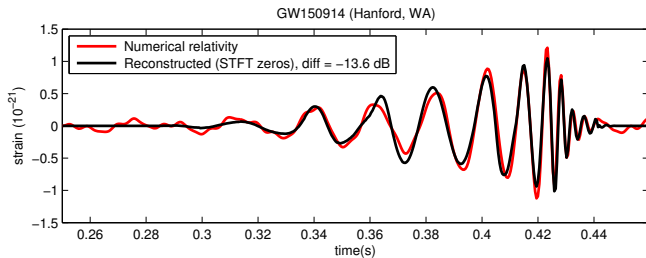
Avec modèle

- ▶ **filtrage adapté**
- ▶ ~ 250000 gabarits pour couvrir l'espace des paramètres attendus

Sans modèle

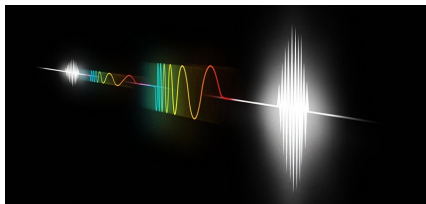
- ▶ **“Coherent Wave Burst”** (S. Klimenko *et al.*)
- ▶ décompositions temps-fréquence (avec ondelette de Meyer) + coïncidence d'excès local d'énergie entre les deux détecteurs

Débruiter GW150914 et comparer avec la théorie



Des chirps partout

- ▶ effet Doppler
- ▶ vocalisations
- ▶ épilepsie
- ▶ phénomènes critiques
- ▶ ...



"Chirped Pulse Amplification", Prix Nobel de Physique 2018

